# ESQUEMA PARA RESOLVER LÍMITES

**RECORDAR**

Si $l \neq 0$ y (*) representa un límite:

$\frac{(l)}{(\pm\infty)} = (0)$; $\frac{(l)}{(0)} = (\pm\infty)$, $\frac{(\pm\infty)}{(0)} = (\pm\infty)$ ; $\frac{(0)}{(\pm\infty)} = (0)$; $(l)^{(0)} = (1)$;

$(+\infty)^{(+\infty)} = (+\infty)$; $(+\infty)^{(-\infty)} = (0)$; $(+\infty)^{(l)} = \begin{cases} (+\infty) & si \quad l > 0 \\ (0) & si \quad l < 0 \end{cases}$

$(l)^{(+\infty)} = \begin{cases} (+\infty) & si \quad l > 1 \\ (0) & si \quad 0 < l < 1 \end{cases}$; $(l)^{(-\infty)} = \begin{cases} (0) & si \quad l > 1 \\ (+\infty) & si \quad 0 < l < 1 \end{cases}$

**LÍMITES SENCILLOS cuando $x \to \infty$**

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^k = \begin{cases} +\infty & si \quad k > 0 \\ 1 & si \quad k = 0 \\ 0 & si \quad k < 0 \end{cases}$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = \begin{cases} +\infty & si \quad a > 1 \\ 0 & si \quad 0 < a < 1 \\ \nexists & si \quad a < 0 \end{cases}$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log_a x = \begin{cases} +\infty & si \quad a > 1 \\ -\infty & si \quad 0 < a < 1 \end{cases}$

**ÓRDENES cuando $x \to \infty$**

Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \pm\infty$ y $f(x)$ es ***infinito de orden superior*** a $g(x)$, se cumple que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \pm\infty$.

**De menor a mayor orden:**

| | | |
|---|---|---|
| Funciones logarítmicas $f(x) = (\log_a x)^n$, a>1, n>0 | Potencias $f(x) = x^n$ , n>0 | Funciones exponenciales de base $a$ >1, $f(x) = a^x$ |

**INDETERMINACIONES**

$(+\infty) - (+\infty)$; $(\pm\infty) \cdot (0)$; $\frac{(0)}{(0)}$; $(+\infty)^{(0)}$; $(+\infty)^{(0)}$; $(1)^{(+\infty)}$; $(1)^{(-\infty)}$; $(0)^{(0)}$; $\frac{(\pm\infty)}{(\pm\infty)}$

## Si $x \to +\infty$

- Si $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{ax^m+\cdots}{bx^n+\cdots}\Rightarrow\begin{cases} si \quad m>n & \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\pm\infty \\ si \quad n=m & \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{a}{b} \\ si \quad m<n & \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0 \end{cases}$

- Lo anterior es válido para $\sqrt[p]{ax^n}$ que se comporta como $\sqrt[p]{a}\cdot x^{\frac{n}{p}}$ (siempre que $p$ sea par y $a>0$ o bien $p$ impar)

- Diferencia entre infinitos $(\infty-\infty)$

$$\begin{cases} CASO\ I: son\ de\ diferente\ orden \Rightarrow se\ atribuye\ (+\infty)\ o\ (-\infty)\ directamente \\ CASO\ II: son\ del\ mismo\ orden \begin{cases} No\ hay\ radicales \to se\ opera \\ Hay\ radicales \to multiplicar\ y\ dividir\ por\ el\ conjugado \end{cases} \end{cases}$$

- Obtengo $(1)^{(+\infty)}$. Se aplica el siguiente resultado $\Theta$:

  Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)\right)^{g(x)}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1]\cdot g(x)}$

## Si $x \to -\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} f(-x)$$

## Si $x \to c$

- *Si* $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}\Rightarrow\begin{cases} Si\ Q(c)\neq 0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x)=\dfrac{P(c)}{Q(c)} \\ Si\ Q(c)=0 \Rightarrow \begin{cases} Si\ P(c)\neq 0 \Rightarrow Estudiar\ limites\ laterales\ \ (\pm\infty) \\ Si\ P(c)=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)} \underset{(**)}{=} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-c)\cdot P_1(x)}{(x-c)\cdot Q_1(x)} \end{cases} \end{cases}$

  (**) Factor común, Rufinni, resolviendo la ecuación…

- Si $f(x)=\dfrac{\sqrt[a]{P(x)}}{\sqrt[b]{Q(x)}}$ se reduce a índice común con el mcm(*a,b*) y se procede como el caso anterior.
- Si hay radicales y obtenemos $\dfrac{0}{0}$ se multiplica y divide por el conjugado
- Para $(+\infty)-(+\infty)$, se operan las expresiones.
- Para $(1)^{(+\infty)}$ se aplica el resultado $\Theta$ sustituyendo $x\to+\infty$ por $x\to c$